



**زیربرنامه:**

ConMeanFlow\_Roe\_JCB

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **توسعه دهندگان** | سامان کاووسی |  |
| **تهیه کنندگان مستند** | سامان کاووسی | |
| **تاییدکنندگان** |  | |
| **تاریخ تنظیم سند** | 12/04/95 | |
| **شناسه سند** | **MC2F072F1** | |
| **زبان برنامه‌نویسی** | **Fortran 90** | |

1. وظایف

در این زیربرنامه مقدار بخش جابجایی معادلات حاکم با استفاده از روش بالادستی ROE محاسبه می‌گردد. در این روش از اطلاعات به‌دست آمده از بردارهای مشخصه‌ی سیستم برای بازسازی شار استفاده می‌شود که با فیزیک جریان به‌خوبی همخوانی دارد و به همین دلیل نیز اتلاف عددی بسیار کمی را به میدان حل اضافه نموده و برای استفاده در مسایل مربوط به لایه‌ی مرزی و تسخیر شوک بسیار مناسب می‌باشد. در روش اصلی ROE شرط مربوط به آنتروپی یا قانون دوم ترمودینامیک ارضا نمی‌گردد و فرمول‌های مختلفی برای تصحیح آنتروپی پیشنهاد گردیده که در پژوهش حاضر به معرفی و مقایسه‌ی آنها پرداخته خواهد شد. این زیربرنامه می‌تواند برای جریان‌های غیرلزج، آرام و مغشوش بکار برده شود.

1. توضیحات و تئوری

بخش جابجایی معادلات نشان‌دهندة شار عبوري از مرز‌هاي سلول مي‌باشد. در اینجا نحوه‌ی گسسته‌سازی بخش جابجایی معادلات به کمک روش ROE شرح داده می‌شود.

معادلات حاکم بر جریان غیرلزج معادلات اویلر می‌باشد که در دو بعد و به فرم ماتریسی به صورت زیر نوشته می‌شود:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

که پس از انتگرال گیری به روش حجم محدود بر روی هر سلول خواهیم داشت:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

اگر مرزهای حجم کنترل یعنی *s* را در یک شبکه محاسباتی بصورت گسسته شده مانند ‏شکل (1) در نظر بگیریم، بخش جابجایی معادلات برای هر سلول بصورت زير محاسبه می‌شود:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

\*

*j=1*

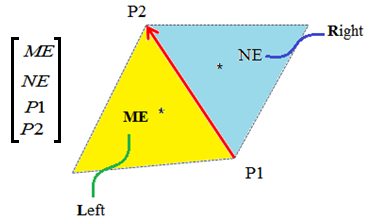
*i*

*j=2*

*j=Nedge*

1. مرزهای گسسته شده یک سلول

در رابطه ‏(3)، *j* شمارنده اضلاع حجم کنترل مي‌باشد. ذکر این نکته بسیار حائز اهمیت است که فرض می‌شود مقادیر بقایی *W* در یک حجم کنترل برابر مقدار آن در مرکز حجم کنترل است. همچنین با توجه به حساسیت و توجه بسیار به ساختار داده‌ای در هنگام پیاده‌سازی روش ROE، یکبار دیگر نحوه ذخیره‌سازی نقاط و همسایه‌های یک ضلع آورده می‌شود:



1. سلول های سمت چپ و راست یک ضلع

در محاسبه شارها منظور از Lهمان سلول سمت چپ يا در واقع همان سلول اصلی و R نشان‌دهنده سلول سمت راست يا سلولي که در همسايگي سلول اصلی قرار دارد، می باشد.

ماتریس متغیرهای بقایی () و شارهای جابجایی () در دو بعد به صورت زیر می‌باشند:

|  |  |
| --- | --- |
|  | , , |

که در آن برای آنتالپی داریم:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

با در نظر گرفتن رابطه‏(4)، می توان شار جابجایی عبوری از هر ضلع سلول () را بصورت زیر بازنویسی نمود:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

که در رابطه‌ی ‏(6)، برای ، که سرعت عمود بر ضلع می‌باشد داریم:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

بی‌شک شناخته‌‌ شده ‌ترین روش حل تقریبی مسئله‌ی ریمان[[1]](#footnote-1) تا به امروز روش ارائه شده توسط رو (ROE) بوده که آن را در مقاله‌ای[1] که در سال 1981 منتشر کرد ارائه نمود. از آن زمان تاکنون این روش نه تنها تصحیح و تکمیل شده است که در محدوده‌ی وسیعی از مسایل فیزیکی نیز به کار گرفته شده است[2].

روش محاسبه‌ی شار ROE، جزو گروه تجزیه تفاوت شار[[2]](#footnote-2) (FDS) به شمار می‌رود که در آن مقدار شار جابجایی عبوری از هر وجه حجم کنترل با به‌دست آوردن یک حل دقیق برای مسئله‌ی ریمانی که تقریب زده شده است، بازسازی[[3]](#footnote-3) می‌شود و سعی بر این است که تفاوت بین اثر موج‌های پیش و پس رونده در روند حل معادلات اعمال گردد که در واقع شرط اساسی در گروه روش‌های بالادست می‌باشد. بالادست بودن روش ROE سبب شده است که برای جریان‌های شامل شوک از دقت خوبی برخوردار باشد.

برای درک بهتری از روش حل ROE ، یک مسئله مقدار مرزی اولیه ریمان را در فرم پایستار به صورت زیر در نظر می‌گیریم که متناظر با معادله اویلر زمانمند در حالت یک بعدی می‌باشد[2]:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

دامنه‌ی حل در محدوده در نظر گرفته شده است. با استفاده از گسسته‌سازي صريح داريم:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

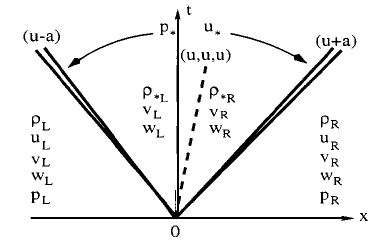
فرض مي‌كنيم حل دقيق مسأله مقدار مرزي اوليه ‏(8) موجود باشد. در این صورت كه شار عددي درون سلول گادنف[[4]](#footnote-4) نام دارد، بصورت زير بيان مي‌شود:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

كه در رابطه ‏(10)، حل دقيق تشابهي در مسأله ريمان:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

به ازا است. ‏شکل (3) ساختار حل دقيق مسأله ريمان با وجود شكاف در راستاي براي معادلات اویلر سه بعدي را ارائه مي‌دهد. خطوط مشكي در ‏شکل (3) بيانگر دو نوع متفاوت از امواج يعني موج شاك و موج انبساطی مي‌توانند باشند. ناحيه‌ی مشخص شده با علامت ستاره مابين دو موج سمت چپ و سمت راست، شامل متغيرهاي مجهول مسأله است. در اينجا مقدار خاصي براي موقعيت شروع موج‌ها لحاظ شده است و مقدار آن در نظر گرفته شده است، هر چند مقادير دلخواهي را مي‌تواند اختيار كند. در واقع مقدار خاص که معادل محور عمودی است، برای محاسبه‌ی شار درون سلول گادنف (رابطه ‏(10)) مورد نیاز است.



1. ساختار حل مسأله ريمان براي راستاي مجزاي در معادلات اويلر سه بعدي[2]

در روش ROE هدف یافتن یک تقریب مستقیم برای شار درون سلول ( ) است.

ROE، مسأله‌ی ريمان را بصورت تقريبي با تعريف ماتريس ژاكوبين بصورت زير حل نمود:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

و با خطي‌سازي معادلات پايستاري

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

توسط قاعده زنجيره‌اي نوشت:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

در نگرش Roe ، ماتريس ژاكوبين با ماتريس ژاكوبين ثابت كه بصورت رابطه ‏(15) تعريف مي‌شود، جايگزين مي‌گردد:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

كه تابعي از مقادير حالت و كه مقاديري ثابت هستند، مي‌باشد.

اكنون مسأله ريمان غيرخطي ‏(8)، به يك مسأله ريمان با ضرائب خطي زير تبديل مي‌شود:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

كه سپس بصورت دقيق حل مي‌شود. حل تقريبي مسأله ريمان بدليل جانشين كردن سيستم معادلات پايستار غيرخطي با سيستم معادلات خطي شده با ضرائب ثابت ايجاد مي‌شود، اما مقادير اوليه مسأله اصلي محفوظ نگه داشته مي‌شود. براي سيستمي متشكل از معادله پايستار هذلولوي، ماتريس ژاكوبين بايد خواص زير را ارضا كند:

خاصيت 1- هذلولوي بودن سيستم: ماتریس بايد مقدار ويژه حقيقي به نحوي داشته باشد كه بتوان آن‌ها را بصورت زير مرتب نمود:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

و يك مجموعه‌ی كامل از بردارهاي ويژه سمت راست مستقل خطي داشته باشد.

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

در واقع خاصیت 1، در رابطه با هذلولوی بودن سیستم یک پیش‌نیاز ضروری است، چرا که مسئله‌ی تقریب زده شده باید حداقل، مشخصات ریاضیاتی سیستم معادلات غیرخطی اولیه را حفظ نماید.

خاصيت 2- سازگار بودن با ماتریس ژاكوبين دقيق:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

خاصيت 3- پايستاري در عبور از ناپيوستگي‌ها :

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

یافتن ماتریس‌هایی که خواص 1 تا 3 را برای یک سیستم معادلات هذلولوی عام، همزمان بتوانند ارضا کنند بسیار پیچیده بوده و از نظر محاسباتی نیز قابل توجیه نیست. برای یک مسئله‌ی خاص به طور مثال معادلات اویلر که هذلولوی بوده و معادله‌ی حاکم بر دینامیک سیالات غیرلزج می‌باشد توسط ROE، یک روش به نسبت ساده‌تر برای بازسازی ماتریس ژاکوبین پیشنهاد شد که در زیر شرح داده می‌شود.

زماني‌كه برای شار جابجایی (F)، ماتريس ژاکوبین آن یعنی و مقادير ويژه نظير آن و بردارهاي ويژه سمت راست آن يعني موجود باشند، مي‌توان مسأله ريمان ‏(16) را با روش‌ ROE حل نمود. برای این کار با تصوير نمودن تفاضل مقادير چپ و راست متغیرهای اولیه ()، بر روي بردارهاي ويژه سمت راست داريم:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

كه از اين رابطه مي‌توان قدرت موج‌ها يعني را بدست آورد.

ROE، برای تفاوت شار بین چپ و راست هر وجه رابطه‌ی ‏(22) را ارائه نمود[1,3]:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

در نهایت نیز دو رابطه‌ی زیر را برای شار جابجایی عبوری از هر وجه سلول ارائه نمود که معادل هم هستند:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |

در رابطه‌ی بالا و به ترتیب مقدار سمت راست و چپ متغیرهای بقایی روی وجه مورد نظر هستند.

تفاوت در دو رابطه‌ی ‏(23) و ‏(24) تنها در نحوه‌ی محاسبه‌ی ترم مربوط به اتلاف عددی است و از نظر مقداری نیز یکسان هستند. در این گزارش، رابطه‌ی ‏(24) و زیربرنامه‌ی مربوط به آن (ROE\_METHOD\_JCB\_ENT) به صورت مفصل توضیح داده خواهد شد و برای رابطه ‏(23) یک گزارش و زیربرنامه جداگانه (ROE\_METHOD\_ENT) نوشته خواهد شد.

حال، شاید چنین به نظر برسد که چه نیازی به محاسبه‌ی ترم اتلاف با استفاده از رابطه ‏(24) می‌باشد، چرا که در این حالت ما فقط میزان حجم محاسبات را افزایش می‌دهیم و ترم اتلاف از نظر مقداری تفاوتی نمی‌کند. این نظر درست است ولی در صورتی که حلگر ما به صورت ضمنی[[5]](#footnote-5) معادلات را حل نماید به ماتریس ژاکوبین میانگین‌گیری شده‌ی به روش ROE یعنی نیاز پیدا خواهیم کرد که تنها در رابطه‌ی ‏(24) این ماتریس به‌طور صریح و مشخص محاسبه می‌شود و در رابطه‌ی ‏(23) نیازی به محاسبه‌ی آن نیست، بنابراین به صرفه است که در این حالت از رابطه‌ی ‏(24) به جای رابطه‌ی ‏(23) برای محاسبه‌ی ترم اتلاف عددی استفاده گردد.

نخست، لازم است مقدار ماتریس ژاکوبین برای بردار شار جابجایی که در رابطه‌ی ‏(6) تعریف شده است به دست آید. پس از انجام مقداری عملیات جبری فرم نهایی این ماتریس به صورت زیر خواهد بود[4]:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

برای محاسبه‌ی شار جابجایی طبق رابطه‌ی ‏(24)، الگوریتم حل در دو بعد به صورت زیر می‌باشد:

ابتدا لازم است تا مقادیر متغیرهای اولیه را به روش میانگین‌گیری شده‌ی ROE[[6]](#footnote-6) بر روی وجوه سلول به‌ دست آوریم. برای این کار یک ضریب وزنی[[7]](#footnote-7) را بر روی وجه سلول تعریف می‌کنیم که در واقع جذر نسبت چگالی سمت راست به چپ روی آن وجه می‌باشد.

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

سپس مقادیر متغیرهای اولیه میانگین‌گیری شده به کمک روش ROE با استفاده از روابط زیر به‌دست می‌آیند:

بالانویس (()) معرف مقادیر میانگین‌گیری شده به روش ROE می‌باشد.

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

با توجه به خاصیت هذلولوی بودن معادلات اویلر، ماتریس ژاکوبین () مربوط به شار جابجایی را می‌توان به فرم قطری و بر اساس بردارها و مقادیر ویژه آن به صورت زیر نوشت:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

که در رابطه‌ی بالا، ماتریس بردارهای ویژه سمت راست[[8]](#footnote-8)، ماتریس بردارهای ویژه سمت چپ[[9]](#footnote-9) و ماتریس قطری شامل مقادیر ویژه برای ماتریس ژاکوبین هستند.

رابطه‌ی ‏(22) را می‌توان طبق رابطه‌ی ‏(20) به صورت زیر نوشت:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

ترم در حقیقت همان قدرت موج‌ها یعنی می‌باشد و با جایگذاری این ترم در رابطه‌ی ‏(23) به رابطه‌ی ‏(24) خواهیم رسید.

حال، طبق رابطه‌ی ‏(29) با در دست داشتن ماتریس بردارهای ویژه سمت چپ و راست و مقادیر ویژه مربوط به ژاکوبین و ضرب نمودن آنها در همدیگر بر خلاف روش نخست که به صورت تحلیلی ترم اتلاف را محاسبه می‌نمود به صورت عددی، ترم اتلاف محاسبه می‌شود.

روابط مربوط به ماتریس بردارهای ویژه سمت راست()، چپ() و مقادیر ویژه() در زیر آورده شده است[4]:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

در روابط بالا برای ضرایب داریم:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

ترم بیانگر مقدار سرعت عمود بر وجه سلول می‌باشد که با استفاده از متغیرهای میانگین‌گیری شده‌ی ROE محاسبه می‌شود:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

و برای هم داریم:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

حال مي‌توان با استفاده از رابطه ‏(24)، شار عددي عبوری از هر وجه سلول () را محاسبه نمود.

یکی از مهم‌ترین مشکلات روش ROE در نواحی است که انبساط صوتی در جریان سیال رخ می‌دهد چرا که سبب به وجود آمدن جواب‌های غیر واقعی مانند شوک‌های انبساطی در فضای حل می‌گردد. به همین دلیل نیاز است تا برای اجتناب از به وجود آمدن چنین جواب‌هایی شرط مربوط به آنتروپی ارضا گردد. وجود شوک انبساطی در میدان حل در تناقض با قانون دوم ترمودینامیک می‌باشد، چرا که در این حالت آنتروپی جریان سیال کاهش می‌یابد[5].

اگر که رابطه ‏(16) را در نظر بگیریم، می‌دانیم که ماتریس ژاکوبین به صورت موضعی مقداری ثابت دارد و در صورتی که مقدار این ماتریس برابر صفر گردد، بدان معناست که بوده و مقداری ثابت داشته و با زمان تغییر نمی‌کند. بنابراین بدون توجه به زمان و مکان صفر شدن ماتریس و اینکه در آنجا یک موج فشاری یا انبساطی داریم، مقدار اولیه‌ی اعمال خواهد شد که از نظر فیزیکی اشتباه است. مقدار ماتریس ژاکوبین در صورتی صفر می‌گردد که مقادیر ویژه‌ی آن یا همان سرعت موج () برابر صفر گردد. این حالت در نواحی از میدان حل رخ می‌دهد که انبساط با سرعت صوت رخ دهد که به آن انبساط صوتی گفته می‌شود. این نواحی را می‌توان با جست و جو نمودن مکان‌هایی که در آنها مقدار به نزدیکی صفر می‌رسد مشخص نمود تا شوک انبساطی غیر فیزیکی ایجاد شده در این نواحی را با پخش نمودن آن از طریق یک فن انبساطی از بین برد. فرآیند پخش نمودن بدین گونه است که با استفاده از فرمول‌های تصحیح آنتروپی، مقدار سرعت موج () را از مقدار اصلی‌اش که نزدیک صفر است بدون اینکه بر روی بقیه فضای حل تأثیری بگذارند، دور می‌کنند. فرمول‌های متعددی در مقالات مختلف برای تصحیح آنتروپی پیشنهاد گردیده است که هدف تمامی آنها جلوگیری از ایجاد جواب‌های غیرواقعی در حل می‌باشد، ولی هیچ‌کدام عام نبوده و تنها برای شرایط جریان خاصی کاربرد دارند. پنج تا از مشهورترین آنها در زیر آورده شده و در زیربرنامه نیز اعمال خواهند شد.

1- فرمول پیشنهادی هارتن و هایمن[6]، نسخه1:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

2- فرمول پیشنهادی هارتن و هایمن[6]، نسخه2:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

3- فرمول پیشنهادی هافمن و چیانگ[7]:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

در این فرمول باید بر اساس شرایط مسئله مورد بررسی یک مقدار را برای ، در محدوده‌ی داده شده انتخاب نمود.

4- فرمول پیشنهادی کرمانی[5]، نسخه1:

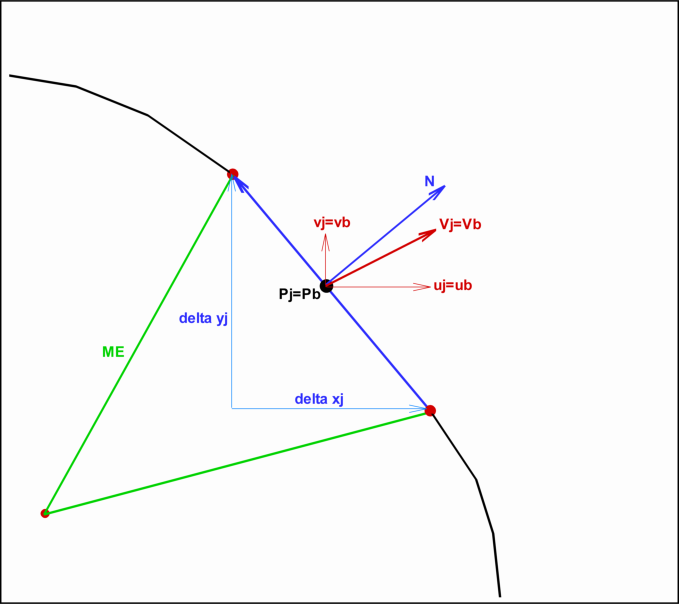
|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

5- فرمول پیشنهادی کرمانی[5]، نسخه2:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

بر اساس تحقیقات([5]) صورت گرفته، از بین این فرمول‌ها، فرمول پیشنهادی تصحیح آنتروپی کرمانی نسخه2، جواب‌های بهتری برای شرایط مختلف جریان به دست می‌دهد که این را ما نیز در نتایج نشان خواهیم داد.

از آنجایی که در اضلاعی که بر روی مرز دوردست قرار دارند، مقادیر مورد نیاز در میانه ضلع با استفاده از شرایط مرزی دوردست بدست می آید، در اینجا مقادیر بدست آمده از شرایط مرزی دوردست بجای مقادیر میانه ضلع قرار داده می شود و روش ROE برای اینکار استفاده نخواهد شد. از آنجا که جهت اضلاع همیشه بگونه ای می باشد که میدان محاسباتی در طرف چپ قرار دارد، بنابراین مقادیر محاسبه شده برای بخش جابجایی مستقیما به سلول مجاور آن اضافه می شود. ‏شکل (4) این موضوع را بهتر نشان می دهد.

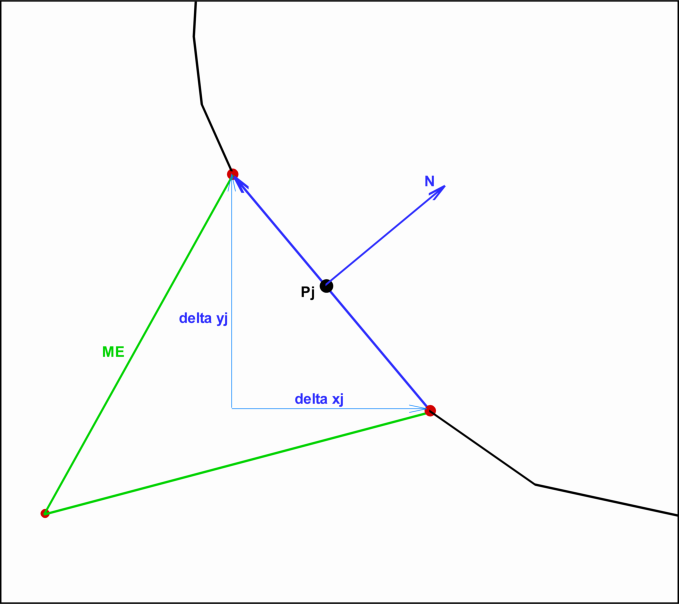


1. محاسبه بخش جابجایی در یک ضلع واقع بر روی مرزی دوردست

از آنجا که شرایط مرزی دیوار در اینجا اعمال می شود بنابراین محاسبه بخش جابجایی سلول های واقع بر روی مرز دیوار با در نظر گرفتن شرایط مرزی دیوار انجام می گردد. با توجه به شرایط مرزی دیوار، برای سلول های واقع بر روی این نوع مرزها فقط بخش شارهای فشار غیرصفر می باشد که باید از رابطه ‏(41) محاسبه گردد.

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

در اینجا مقدار فشار در میانه ضلع برابر فشار سلول مجاور آن قرار داده می شود.



1. محاسبه بخش جابجایی در یک ضلع واقع بر روی مرز دیوار

جهت پرهیز از استفاده از دستورهای شرطی و در نتیجه صرفه جویی در زمان محاسبات، با توجه به نوع اضلاع، محاسبات در حلقه های جداگانه ای انجام می شود. برای این منظور اضلاعی که بر روی مرز دیوار، دوردست و غیرمرزی می باشند در حلقه های جداگانه ای محاسبه مقدار بخش جابجایی برای آنها انجام می شود.

1. بخش‌های زیربرنامه
2. مقداردهی اولیه به آرایه مربوط به ذخیره بخش جابجایی

از آنجا که محاسبات مربوط به بخش جابجایی هر سلول بر روی اضلاع آن انجام می‌شود و این مقادیر به آرایه مربوط به هر سلول اضافه می‌گردد، بنابراین با یک پروسه اضافه کردن مقادیر به مقادیر قبلی مواجه هستیم. به این دلیل باید آرایه‌ی مربوط به این‌کار در ابتدای زیربرنامه برابر صفر قرار داده شود.

1. محاسبه بخش جابجایی سلول‌های واقع بر روی مرزها

تفاوت محاسبه بخش جابجایی این سلول‌ها با سایر سلول‌های شبکه در اینست که در اینجا با استفاده از شرایط مرزی پارامترهای جریان از قبیل سرعت، فشار و چگالی محاسبه شده است و در این بخش تنها با استفاده از آنها مقدار بخش جابجایی محاسبه می‌گردد. توجه شود که در اینجا اضلاع مرزی نیز وارد محاسبات شده است اما با توجه به اینکه از شرط مرزی دیوار برای محاسبه سرعت و فشار در این اضلاع استفاده شده، تنها شارهای فشاری مخالف صفر خواهد بود.

1. ذخیره اطلاعات ضلع مورد بررسی در پارمترهای محلی

سلول مجاور ضلع مورد بررسی در پارامترهای محلی ذخیره می‌گردد. در اینجا چون سلول همسایه هر کدام از اضلاع مربوط به مرز دیوار برابر صفر است، تنها شماره سلول اصلی ذخیره می‌گردد.

1. محاسبه مولفه‌های سرعت در راستای محورهای مختصات

مقدار مولفه‌های سرعت بر روی ضلع مورد بررسی در جهت محورهای مختصات با استفاده از مقادیر محاسبه شده با استفاده از شرایط مرزی در پارامترهای محلی ذخیره می‌گردد.

1. محاسبه فشار و بردار سرعت عمود بر ضلع

مقدار بردار سرعت در راستای عمود بر ضلع مورد بررسی، تعیین می‌گردد. همچنین مقدار فشار بدست آمده با استفاده از شرایط مرزی در یک پارامتر محلی ذخیره می‌گردد.

1. محاسبه شار جابجایی

شار جابجایی در اضلاع مرزی با توجه به رابطه ‏(6) محاسبه و در پارامترهای محلی ذخیره می‌گردد.

1. تعیین بخش جابجایی معادلات برای سلول‌های واقع بر روی مرزها

مقدار بخش جابجایی معادلات برای سلول‌های واقع بر روی مرزها با توجه به مقادیر محاسبه شده در بخش قبل، در آرایه‌های مربوطه ذخیره می‌گردد.

1. محاسبه بخش جابجایی سلول‌های غیرمرزی

در اینجا بخش جابجایی سلول‌های غیرمرزی محاسبه می‌گردد.

1. ذخیره اطلاعات ضلع مورد بررسی در پارمترهای محلی

دو سلول مجاور ضلع مورد بررسی در پارامترهای محلی ذخیره می‌گردد.

1. ذخیره بردارهای عمود و طول ضلع در پارامترهای محلی

در روش ROE، به بردارهای عمود یکه نیاز می‌باشد برای این‌کار باید بردارهای عمود بر طول ضلع تقسیم گردد که در اینجا این‌کار انجام می‌شود. بنابراین بردارهای عمود یکه و همچنین طول ضلع در پارامترهای محلی ذخیره می‌شوند.

1. ذخیره اطلاعات سلول‌های سمت چپ و راست ضلع مورد بررسی در پارمترهای محلی

در این قسمت اطلاعات مربوط به متغیرهای اولیه سلول‌های سمت چپ و راست مجاور ضلع مورد بررسی در پارامترهای محلی ذخیره می‌گردد.

1. محاسبه سرعت صوت و آنتالپی

برای محاسبه‌ی متغیرهای اولیه میانگین‌گیری شده به روش ROE نیاز داریم تا سرعت صوت و آنتالپی در مرکز سلول‌های سمت چپ و راست ضلع مورد بررسی تعیین گردد.

1. محاسبه مقادیر متغیرهای اولیه به روش ROE

مقادیر متغیرهای اولیهبرای ضلع مورد بررسی با کمک روش ROE و با توجه به روابط ‏(26) و ‏(27) تعیین می‌گردد.

1. محاسبه مقادیر سرعت عمود بر ضلع

مقادیر سرعت عمود بر ضلع بر حسب متغیرهای سلول سمت چپ، راست و میانگین‌گیری شده‌ی ROE، با کمک روابط ‏(7) و ‏(34) محاسبه می‌گردد.

1. محاسبه شار جابجایی بر اساس متغیرهای اولیه سلول سمت چپ و راست

شار جابجایی عبوری از ضلع با توجه به رابطه ‏(6) و بر اساس متغیرهای اولیه سلول سمت چپ و راست برای استفاده در رابطه ‏(24) محاسبه و در پارامترهای محلی ذخیره می گردد.

1. محاسبه ضرایب مورد استفاده در ماتریس‌های بردار ویژه سمت چپ و راست

مقادیر ضرایب به‌کار رفته در محاسبه‌ی ماتریس‌های بردار ویژه سمت چپ و راست با استفاده از روابط داده شده در رابطه‌ی ‏(33) تعیین و در پارامترهای محلی ذخیره می‌گردد.

1. محاسبه درآیه‌های ماتریس بردارهای ویژه سمت راست

درآیه‌های ماتریس بردارهای ویژه سمت راست () طبق رابطه ‏(30) و با استفاده از متغیرهای اولیه میانگین‌گیری شده‌ی ROE، محاسبه می‌گردد.

1. محاسبه درآیه‌های ماتریس بردارهای ویژه سمت چپ

درآیه‌های ماتریس بردارهای ویژه سمت چپ () طبق رابطه ‏(31) و با استفاده از متغیرهای اولیه میانگین‌گیری شده‌ی ROE، محاسبه می‌گردد.

1. تعیین وضعیت تصحیح آنتروپی برای مقادیر ویژه

در این قسمت باید تعیین کنیم که آیا نیازی به استفاده از فرمول‌های تصحیح آنتروپی برای مقادیر ویژه هست(IENT/=0) یا نه(IENT=0).

1. محاسبه مقادیر ویژه سمت چپ، راست و میانگین‌گیری شده‌ی ROE

در صورتی که نیاز به استفاده از فرمول‌های تصحیح آنتروپی باشد، مقادیر ویژه ماتریس ژاکوبین با استفاده از متغیرهای اولیه سمت چپ، راست و میانگین‌گیری شده‌ی ROE در رابطه ‏(32) محاسبه و در پارامترهای محلی ذخیره می‌گردد.

1. محاسبه فرمول پیشنهادی کرمانی نسخه1

در صورتی که (IENT=1) باشد باید از فرمول پیشنهادی کرمانی نسخه1 برای تصحیح آنتروپی استفاده کنیم.

در ابتدا طبق رابطه ‏(39) مقادیر مربوط به را برای مقادیر ویژه مختلف محاسبه نموده و سپس با استفاده از شرط تصحیح آنتروپی در رابطه ‏(39) مقادیر ویژه جدید را به دست می‌آوریم.

1. محاسبه فرمول پیشنهادی کرمانی نسخه2

در صورتی که (IENT=2) باشد باید از فرمول پیشنهادی کرمانی نسخه2 برای تصحیح آنتروپی استفاده کنیم.

در ابتدا طبق رابطه ‏(40) مقادیر مربوط به را برای مقادیر ویژه مختلف محاسبه نموده و سپس با استفاده از شرط تصحیح آنتروپی در رابطه ‏(40) مقادیر ویژه جدید را به دست می‌آوریم.

1. محاسبه فرمول پیشنهادی هارتن و هایمن نسخه1

در صورتی که (IENT=3) باشد باید از فرمول پیشنهادی هارتن و هایمن نسخه1 برای تصحیح آنتروپی استفاده کنیم. در ابتدا طبق رابطه ‏(36) مقادیر مربوط به را برای مقادیر ویژه مختلف محاسبه نموده و سپس با استفاده از شرط تصحیح آنتروپی در رابطه ‏(36) مقادیر ویژه جدید را به دست می‌آوریم.

1. محاسبه فرمول پیشنهادی هارتن و هایمن نسخه2

در صورتی که (IENT=4) باشد باید از فرمول پیشنهادی هارتن و هایمن نسخه2 برای تصحیح آنتروپی استفاده کنیم. در ابتدا طبق رابطه ‏(37) مقادیر مربوط به را برای مقادیر ویژه مختلف محاسبه نموده و سپس با استفاده از شرط تصحیح آنتروپی در رابطه ‏(37) مقادیر ویژه جدید را به دست می‌آوریم.

1. محاسبه فرمول پیشنهادی هافمن و چیانگ

در صورتی که (IENT=5) باشد باید از فرمول پیشنهادی هافمن و چیانگ برای تصحیح آنتروپی استفاده کنیم. در ابتدا طبق رابطه ‏(37) و ‏(38) و ‏(36) مقادیر مربوط به را با توجه به نوع مسئله از بازه‌ی داده شده انتخاب نموده و سپس با استفاده از شرط تصحیح آنتروپی در رابطه ‏(38) مقادیر ویژه جدید را به دست می‌آوریم.

1. محاسبه مقادیر ویژه بدون تصحیح آنتروپی

در صورتی که (IENT=0) باشد، بدین معناست که نیازی به تصحیح مقادیر ویژه نبوده و تنها با استفاده از متغیرهای اولیه میانگین‌گیری شده‌ی ROE در رابطه‌ی ‏(32) این مقادیر تعیین می‌گردد.

1. مقداردهی اولیه به آرایه مربوط به ماتریس ژاکوبین میانگین‌گیری شده ROE

از آنجا که برای هر ضلع یک ماتریس ژاکوبین میانگین‌گیری شده ROE مخصوص به خود داریم و در فرآیند محاسبه‌ی آن با یک پروسه‌ی اضافه کردن مقادیر به مقادیر قبلی مواجه هستیم بنابراین باید قبل از شروع کردن به محاسبه‌ی این ماتریس، مقادیر تمام درآیه‌های آن را برابر صفر قرار دهیم.

1. محاسبه ماتریس ژاکوبین میانگین‌گیری شده ROE

با در دست داشتن مقادیر ماتریس بردارهای ویژه سمت چپ و راست و ماتریس مقادیر ویژه و استفاده از رابطه ‏(28) ماتریس ژاکوبین میانگین‌گیری شده ROE یعنی محاسبه می‌گردد.

1. محاسبه تفاضل مقدار متغیرهای بقایی سمت چپ و راست ضلع

تفاضل مقدار متغیرهای بقایی سمت چپ و راست ضلع ، با استفاده از رابطه ‏(35) محاسبه می‌گردد.

1. مقداردهی اولیه به آرایه مربوط به ماتریس ترم اتلاف عددی روش ROE

از آنجا که برای هر ضلع، یک ماتریس مخصوص برای ترم اتلاف عددی داریم و در فرآیند محاسبه‌ی آن با یک پروسه اضافه کردن مقادیر به مقادیر قبلی مواجه هستیم بنابراین باید قبل از شروع کردن به محاسبه‌ی این ماتریس، مقادیر تمام درآیه‌های آن را برابر صفر قرار دهیم.

1. محاسبه ترم اتلاف عددی روش ROE

با ضرب نمودن ماتریس ژاکوبین میانگین‌گیری شده ROE یعنی (بخش ‏بخش 28:) در ماتریس تفاضل مقدار متغیرهای بقایی سمت چپ و راست ضلع (بخش ‏بخش 29:)، ترم اتلاف عددی روش ROE یعنی تعیین می‌گردد.

1. محاسبه شار جابجایی عبوری از ضلع به روش ROE

با محاسبه‌ی ترم اتلاف عددی در بخش قبل و شارهای سمت چپ و راست در بخش ‏بخش 15:، مقدار شار جابجایی عبوری از ضلع با روش ROE توسط رابطه ‏(24) تعیین می‌گردد.

1. تعیین بخش جابجایی معادلات برای سلول اصلی

مقدار بخش جابجایی محاسبه شده در بخش قبل (با علامت مثبت) به مقادیر سلول اصلی ضلع مورد بررسی اضافه می گردد.

1. تعیین بخش جابجایی معادلات برای سلول همسایه

مقدار بخش جابجایی محاسبه شده در بخش قبل (با علامت منفی) به مقادیر سلول همسایه ضلع مورد بررسی اضافه می گردد. علامت منفی بدلیل اینست که بردار عمود ضلع مورد بررسی، مربوط به سلول اصلی می باشد که این مقدار برای سلول همسایه با علامت منفی ظاهر می شود.

1. مراجع

[1] Roe, P., Approximate Riemann Solvers, Parameter Vectors and Difference Schemes. Journal of Computational Physics, 1981, 43: p. 357-372.

[2] Toro, E., Riemann Solvers and Numerical Methods for Fluid Dynamics.Germany, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 3th Edition, 2009.

[3] Roe, P. and Pike, J., Efficient Construction and Utilisation of Approximate Riemann Solutions. North–Holland, Computing Methods in Applied Science and Engineering, 1984.

[4] Pulliam, T., Zingg, D., Fundamental Algorithms in Computational Fluid Dynamics. Switzerland, Springer International Publishing, 1st Edition, 2014.

[5] Kermani, M. J., Modified Entropy Correction Formula for the Roe Scheme. United States, 39th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, 2009.

[6] Harten, A. and Hyman, J. M., Self-Adjusting Grid Methods for One-Dimensional Hyperbolic Conservation Laws. Journal of Comput. Physics, 1983, 50: p. 235-269.

[7] Hoffmann, K. A. and Chiang, S. T., Computational Fluid Dynamics for Engineers. United States, Publication of Engineering Education Systems, Vol. II, 1993.

1. Riemann Problem [↑](#footnote-ref-1)
2. Flux difference splitting [↑](#footnote-ref-2)
3. Reconstruction [↑](#footnote-ref-3)
4. Godunov Intercell Numerical Flux [↑](#footnote-ref-4)
5. Implicit [↑](#footnote-ref-5)
6. Roe-Averaged [↑](#footnote-ref-6)
7. Weighted Coefficient [↑](#footnote-ref-7)
8. Right Eigenvector Matrix [↑](#footnote-ref-8)
9. Left Eigenvector Matrix [↑](#footnote-ref-9)